

1ª Rodada da SELETIVA OLÍMPICA
LigMAT NACIONAL

PROVA DO NÍVEL 3 (ENSINO MÉDIO)



Valor: **100 PONTOS**

BRASIL
2024

INSTRUÇÕES:

Antes de começar a prova, **leia com muita atenção** as orientações abaixo:

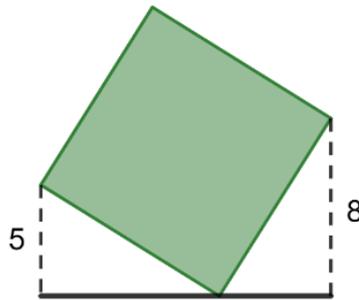
- 1 - A prova tem duração máxima de **1h (uma hora)**. Caso a equipe não finalize a prova neste limite de tempo, ela será interrompida e enviada automaticamente à Comissão Organizadora da LigMAT, para que apenas as questões respondidas sejam avaliadas.
- 2 - Vocês terão apenas 1 (uma) tentativa. Depois de terminar a prova, não é possível retornar a ela e fazer alterações.
- 3 - O questionário de prova só estará aberto no dia 13/06/2024, encerrando-se automaticamente às 23h59.
- 4 - A prova só poderá ser respondida pelos 3 alunos que compõem sua equipe. Não é permitido nenhum auxílio de fora da equipe, sob pena de desclassificação da competição e banimento das competições futuras.
- 5 - A equipe deverá responder a **um único questionário**. Caso a equipe inicie mais de um questionário, estará sujeita a penalidades.
- 6 - A prova é composta de 12 (doze) questões, todas de múltipla escolha e com apenas 1 (uma) alternativa correta.
- 7 - A pontuação máxima é de 100 (cem) pontos.
- 8 - A pontuação obtida pela equipe será enviada por e-mail assim que finalizado o questionário de prova.
- 9 - A prova da 2ª Rodada da Seletiva Olímpica será realizada no dia 20/06. Todas as equipes inscritas podem (e devem) fazer a prova da 2ª (e da 3ª) Rodada, independentemente do desempenho nesta 1ª Rodada.

Desejamos uma boa prova!

QUESTÕES:

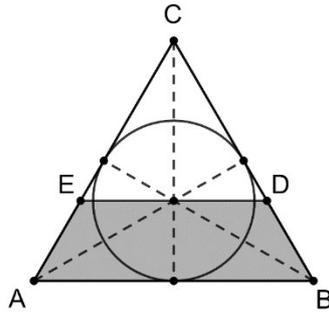
1. **(8 PONTOS)** José Maria tinha R\$ 1.000.000,00 investidos. No primeiro mês, seu investimento rendeu 10%, no segundo, rendeu 5%, no entanto, no terceiro mês o investimento sofreu uma desvalorização de 5% e no quarto mês desvalorizou 10%. Ao fim desse período, qual o valor que José Maria tem do investimento inicial?
(A) R\$ 975.000,00
(B) R\$ 977.500,00
(C) R\$ 987.525,00
(D) R\$ 994.375,00
(E) R\$ 1.000.000,00

2. (8 PONTOS) Na figura, os dois vértices marcados do quadrado verde estão a alturas de 5 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrado verde?



- (A) 89 cm^2
(B) 100 cm^2
(C) 125 cm^2
(D) 156 cm^2
(E) 169 cm^2
3. (8 PONTOS) Em uma urna há bolinhas brancas e pretas. Inicialmente, a probabilidade de se sortear uma bolinha branca ou uma preta são iguais. Após remover 4 bolinhas brancas, a probabilidade de se sortear uma bolinha branca cai pela metade. Quantas bolinhas, ao todo, havia inicialmente na urna?
- (A) 10
(B) 12
(C) 16
(D) 18
(E) 20
4. (8 PONTOS) Quantos números inteiros, entre 1 e 2024 (incluindo o 2024), são múltiplos de 3 ou de 8?
- (A) 729
(B) 789
(C) 843
(D) 881
(E) 927
5. (8 PONTOS) Gabriel lança um dado honesto de 6 faces, enumeradas de 1 a 6, duas vezes. Qual é, aproximadamente, a probabilidade de que o número obtido no segundo lançamento seja estritamente menor do que no primeiro?
- (A) 48,61%
(B) 47,22%
(C) 44,44%
(D) 43,06%
(E) 41,67%

6. (8 PONTOS) Considere a função $f(x) = 23x + 2024$. Para quantos valores reais distintos de x temos que $f(f(f(f(f(x)))))) = x$, isto é, que a função aplicada sucessivamente cinco vezes sobre x retorne o próprio x ?
- (A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5
7. (8 PONTOS) Em um polígono convexo de 9 lados, os ângulos formam uma progressão aritmética. Se a diferença entre o maior e o menor ângulos é 30° , quanto mede, em graus, o maior ângulo?
- (A) 144°
(B) 150°
(C) 152°
(D) 155°
(E) 160°
8. (8 PONTOS) Considere a sequência de Fibonacci, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ..., em que os dois primeiros termos são iguais a 1, e do terceiro termo em diante, cada termo é a soma dos dois anteriores. Entre os 2024 primeiros termos da sequência de Fibonacci, quantos são múltiplos de 3?
- (A) 337
(B) 404
(C) 506
(D) 674
(E) 809
9. (9 PONTOS) Um estacionamento tem duas fileiras, cada uma com quatro vagas lado a lado. Dois carros brancos e dois carros pretos, sendo que os carros de cada cor são **idênticos**, chegam ao estacionamento. De quantos modos diferentes os carros podem estacionar entre as duas fileiras, de modo que os carros **de mesma cor** fiquem lado a lado, na mesma fileira?
- (A) 18
(B) 20
(C) 21
(D) 22
(E) 24
10. (9 PONTOS) O triângulo ABC é equilátero, o segmento ED é paralelo ao lado AB e passa pelo incentro do triângulo, isto é, pelo encontro das bissetrizes. A área do trapézio $ABDE$ representa que fração da área do triângulo ABC ?



- (A) $1/2$
- (B) $5/9$**
- (C) $3/5$
- (D) $2/3$
- (E) $3/4$

11. (9 PONTOS) Qual é a maior potência de 3 que divide $100!$ (100 fatorial)?

- (A) 36
- (B) 40
- (C) 45
- (D) 48**
- (E) 50

12. (9 PONTOS) Os números reais x e y satisfazem às seguintes equações:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \end{cases}$$

Quanto é a soma $x^2 + y^2$?

- (A) 27
- (B) 28
- (C) 30
- (D) 32**
- (E) 33