

**ETAPA FINAL da SELETIVA OLÍMPICA**  
**LigMAT NACIONAL**

**PROVA DO NÍVEL 2 (8º e 9º Ano)**



**Valor: 300 PONTOS**

**BRASIL**  
**2024**

**INSTRUÇÕES:**

1. A Etapa Final acontece no dia 20/08 (terça-feira), às 15h00, no Horário Oficial de Brasília, com duração máxima de 1 hora e 30 minutos. A realização da prova será filmada em sala de reunião virtual, cujo *link* foi mandado para o *e-mail* principal da equipe.
2. Basta que um integrante da equipe entre na sala virtual. É necessário entrar na sala de reuniões até às 14h40.
3. Não é necessário imprimir a prova: ela pode ser visualizada no próprio computador/celular.
4. A resolução da prova deve ser feita à mão, usando papel (pautado ou em branco) e caneta ou lápis.
5. Durante a realização da prova, a câmera deve estar posicionada de modo a mostrar os três integrantes da equipe.
6. Será permitido o uso de calculadora.
7. Na resolução das questões, a equipe deverá apresentar o raciocínio usado para encontrar a resposta, não apenas a resposta.
8. Cada questão vale 100 pontos, com a seguinte divisão de pontos por item: a) 30 pontos; b) 30 pontos; c) 40 pontos.
9. Assim que terminar a prova, a equipe deverá fotografar as folhas de resolução e enviá-las até às 16h40 para o *e-mail*: [ligmatbrasil@gmail.com](mailto:ligmatbrasil@gmail.com). A mensagem deverá ser enviada por meio do *e-mail* principal da equipe e com o título "[NOME DA EQUIPE] - RESOLUÇÃO (NÍVEL 2)".
10. Verifique se as fotos tiradas têm qualidade suficiente para que se possa ler as resoluções. Caso a imagem esteja ilegível, a equipe estará sujeita a receber nota zero na respectiva questão.
11. A equipe só poderá sair da sala virtual após o envio do *e-mail* com a resolução da prova.
12. A reunião da sala virtual será gravada. As imagens não serão divulgadas, mas usadas apenas para controle interno e verificação de eventuais irregularidades.

Desejamos uma boa prova!

Realização



Apoio



stone

**QUESTÕES:**

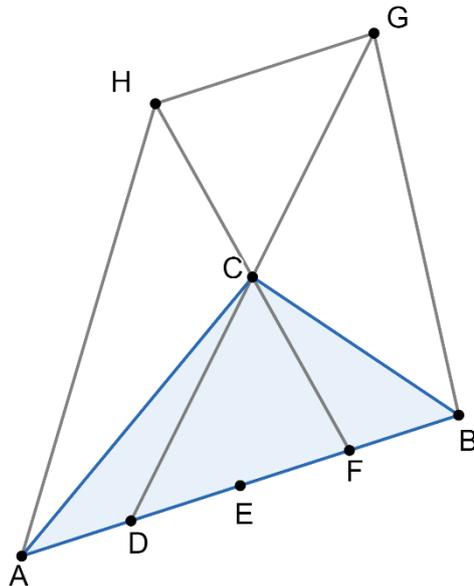
1) Um número inteiro positivo é dito *encordado* se ele cumpre as seguintes condições:

- i) Não tem o dígito 0;
- ii) Seu primeiro e último dígito são iguais;
- iii) Cada dígito é antecessor ou sucessor dos dígitos adjacentes.

Por exemplo 78767 e 5432345 são encordados, mas 10101 não é, pois tem 0; 12343 também não, pois seu primeiro e último dígito não coincidem; e 6456 não é, pois 4 não é sucessor nem antecessor de 6.

- a) Quantos números encordados de 5 dígitos começam com o dígito 3 nas suas extremidades? **6**
- b) Explique por que não existem números encordados de seis dígitos. **Exemplo de resposta: com qualquer quantidade par de dígitos, os dígitos das extremidades têm paridades diferentes.**
- c) Quantos números encordados de 9 dígitos têm como dígito central, isto é, como seu 5º dígito, o dígito 5? **70**

2) Na figura abaixo, o triângulo  $ABC$  tem  $24 \text{ cm}^2$  de área. Os pontos  $D, E$  e  $F$  dividem o lado  $AB$  em 4 partes iguais, ou seja,  $AD = DE = EF = FB$ . Os segmentos  $CD$  e  $CF$  são estendidos aos pontos  $G$  e  $H$ , respectivamente, de modo que  $CD = CG$  e  $CF = CH$ .



- a) Qual a razão entre as medidas dos segmentos  $GH$  e  $AB$ ? **1/2**
- b) Determine a área do triângulo  $CGH$ .  **$12 \text{ cm}^2$ .**
- c) Determine a área do quadrilátero  $ADCH$ .  **$24 \text{ cm}^2$ .**

- 3) Uma vez por semana, quatro matemáticos se reúnem. No encontro, o primeiro fala quatro números inteiros positivos. O segundo anota os números ditos pelo primeiro, faz todas as somas dois a dois desses números, e fala os seis resultados (eventualmente repetidos). O terceiro anota os resultados, faz todas as somas dois a dois, e fala todos os resultados, mesmo os repetidos. Por fim, o quarto matemático anota todos os números ditos pelo terceiro, soma todos eles e fala o resultado final dessa soma.
- a) Quantos números, ao todo, são ditos pelo terceiro matemático? **15 números.**
- b) Se o quarto matemático falou o número 255, quais podem ter sido os quatro números ditos pelo primeiro? **Exemplo de resposta: 2, 3, 5 e 7. (Quaisquer 4 números com soma 17 satisfazem)**
- c) Mostre que, para quaisquer números ditos pelo primeiro, há algum número que o terceiro matemático fala pelo menos 3 vezes. **Exemplo de resposta: sejam os números  $a, b, c$  e  $d$ . A soma  $a + b + c + d$  aparece três vezes na fala do terceiro matemático:  $(a+b)+(c+d)$ ;  $(a+c)+(b+d)$ ;  $(a+d)+(b+c)$ .**