

3ª Rodada da SELETIVA OLÍMPICA
LigMAT NACIONAL

PROVA DO NÍVEL 3 (ENSINO MÉDIO)



Valor: 300 PONTOS

BRASIL
2024

INSTRUÇÕES:

Antes de começar a prova, leia com muita atenção as orientações abaixo:

1 - A prova tem duração máxima de 1h (uma hora). Caso a equipe não finalize a prova neste limite de tempo, ela será interrompida e enviada automaticamente à Comissão Organizadora da LigMAT, para que apenas as questões respondidas sejam avaliadas.

2 - Vocês terão apenas 1 (uma) tentativa. Depois de terminar a prova, não é possível retornar a ela e fazer alterações.

3 - O questionário de prova só estará aberto no dia 13/08/2024, a partir das 7h00, encerrando-se automaticamente às 23h59.

4 - A prova só poderá ser respondida pelos 3 alunos que compõem sua equipe. Não é permitido nenhum auxílio de fora da equipe, sob pena de desclassificação da competição e banimento das competições futuras.

5 - É permitido o uso de calculadora.

6 - A equipe deverá responder a um único questionário. Caso a equipe inicie mais de um questionário, estará sujeita a penalidades.

7 - A prova é composta de 12 (doze) questões, todas de múltipla escolha e com apenas 1 (uma) alternativa correta.

8 - A pontuação máxima é de 300 (trezentos) pontos.

9 - A pontuação obtida pela equipe será enviada por e-mail assim que finalizado o questionário de prova.

Desejamos uma boa prova!



INSTITUTO
PHILOTIMIA

Apoio



stone

QUESTÕES:

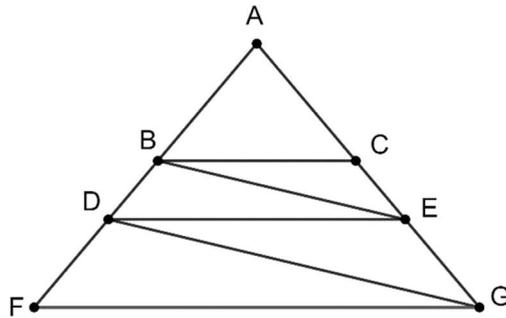
1. (24 PONTOS) Qual é o menor número inteiro positivo que tem exatamente 15 divisores positivos?
- (A) 90
(B) 96
(C) 144
(D) 169
(E) 256

2. (24 PONTOS) Para qual valor de a equação abaixo é verdadeira?

$$\frac{1 + \frac{a}{1-a}}{1 - \frac{a}{1+a}} = 2024$$

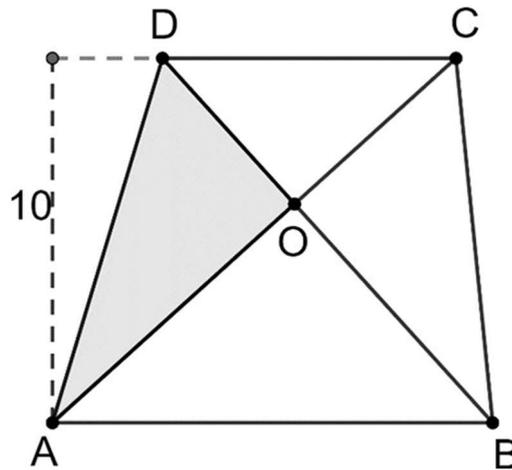
- (A) 2023
2024
(B) 2023
2025
(C) 2024
2025
(D) 2025
2024
(E) 2025
2023
3. (24 PONTOS) Qual dos números abaixo não pode ser o resultado de $m^2 - n^2$, com m e n inteiros?
- (A) 2024
(B) 2017
(C) 2016
(D) 2010
(E) 2003
4. (24 PONTOS) Em uma urna, há três bolinhas idênticas com o número 0, e outras sete bolinhas numeradas de 1 a 7. Tirando aleatoriamente 3 bolinhas da urna, quantas combinações diferentes de números podemos ter?

- (A) 35
(B) 42
(C) 56
(D) 60
(E) 64
5. (24 PONTOS) Qual é o produto das raízes reais do polinômio $x^5+3x^4+2x^3-4x^2-12x-8$
(A) $\sqrt[3]{32}$
(B) $\sqrt[5]{64}$
(C) $\sqrt[5]{256}$
(D) 2
(E) 4
6. (24 PONTOS) Uma sorveteria oferece N sabores diferentes de sorvete. Combinando exatamente três sabores diferentes, temos 12 vezes mais opções do que escolhendo um único sabor. Qual é o valor de N?
(A) 9
(B) 10
(C) 12
(D) 14
(E) 15
7. (24 PONTOS) Dois espelhos formam um ângulo de 30 graus. Um raio de luz incide em um dos espelhos paralelamente ao outro, e é refletido entre os espelhos segundo a lei de que “o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão”. Após refletir algumas vezes, ele incide perpendicularmente e volta pelo mesmo trajeto. Quantas vezes ele é refletido entre os espelhos até sair?
(A) 3
(B) 4
(C) 5
(D) 6
(E) 7
8. (24 PONTOS) No triângulo abaixo, os lados BC e DE são ambos paralelos a FG, e BE e DG são paralelos entre si. Se AB mede 2,8 cm e AF mede 6,3 cm, quanto mede AD?



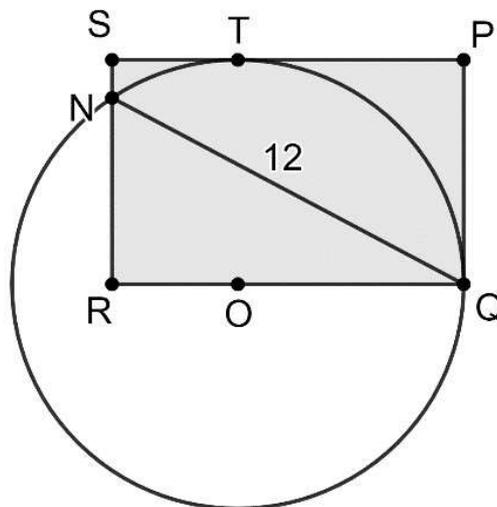
- (A) 4,2 cm.
- (B) 4,9 cm.
- (C) 5 cm.
- (D) 5,4 cm.
- (E) 5,6 cm.

9. (27 PONTOS) 12 pontos são colocados sobre os lados de um triângulo. No máximo quantos triângulos podem ser formados com vértices nesses pontos?
- (A) 210
 - (B) 208
 - (C) 205
 - (D) 200
 - (E) 192
10. (27 PONTOS) O número $22 \dots 22k11 \dots 11$, formado por 2024 dígitos 2 seguidos pelo dígito k e seguidos por 2024 dígitos 1, é divisível por 13. Qual é o dígito k ?
- (A) 3
 - (B) 4
 - (C) 5
 - (D) 7
 - (E) 9
11. (27 PONTOS) O trapézio ABCD, de bases AB e CD, tem 10 cm de altura, e suas diagonais se encontram no ponto O . Se o triângulo $\triangle ABO$ tem 36 cm^2 de área e o triângulo $\triangle CDO$ tem 16 cm^2 de área, qual é a área do triângulo sombreado $\triangle ADO$?



- (A) 24 cm²
- (B) 25 cm²
- (C) 27 cm²
- (D) 28 cm²
- (E) 30 cm²

12. (27 PONTOS) Na figura, PQRS é um retângulo, com dois lados tangentes à circunferência nos pontos Q e T, e o lado QR passa pelo centro O da circunferência. A corda QN mede 12 cm. Qual é a área do retângulo?



- (A) 60 cm²
- (B) 72 cm²
- (C) 81 cm²
- (D) 90 cm²
- (E) 96 cm²